

Beloftencompetitie

Juni 2006

1. Bewijs dat er 2006 *verschillende* natuurlijke getallen bestaan, zodat de som van hun omgekeerden gelijk is aan 1.
2. Een aantal rechthoeken bedekken een vierkant volledig en zonder overlappingsen. Beschouw voor elke rechthoek de verhouding tussen de lengte van de kortste zijde en de lengte van de langste zijde. Bewijs dat de som van al deze verhoudingen minstens 1 is.
3. Een busmaatschappij zorgt voor openbaar vervoer tussen 2006 steden. Voor elke twee steden A en B is er een buslijn van A naar B óf van B naar A , maar niet noodzakelijk in beide richtingen. Bewijs dat er een stad is die vanuit elke andere stad met de bus bereikt kan worden. Bewijs dat er een stad is van waaruit je met de bus in elke andere stad kan geraken.
4. We zeggen dat een natuurlijk getal n het getal 2006 *overdekt* als en slechts als de decimale notatie van n de cijfers 2, 0, 0 en 6 bevat, in die volgorde. Bijvoorbeeld: **32046061** overdekt 2006, maar 206002 niet.
Bewijs dat het aantal getallen van juist 2006 cijfers die 2006 overdekken, deelbaar is door 9.
5. Vijf gelijkzijdige driehoekjes bedekken een andere gelijkzijdige driehoek ABC volledig (eventueel met overlappingsen, en eventueel ook deels buiten ABC liggend).
 - De bedekkende driehoekjes zijn alle vijf even groot. Bewijs dat ABC ook met vier van de vijf driehoeken kan overdekt worden.
 - De bedekkende driehoeken mogen verschillen in grootte. Geldt nu nog steeds dat we altijd vier van de vijf driehoeken kunnen kiezen, zodat ABC volledig overdekt kan worden met de vier gekozen driehoeken? (Bewijs je antwoord.)