

## Beginnerscompetitie

September 2009

1. Beschouw een verzameling  $A$  van 2009 verschillende reële getallen. Zij  $M$  de som van alle getallen in  $A$ . Bepaal het product van alle elementen in  $A$  als er geldt dat  $A = \{M-a \mid a \in A\}$ .

2. Zij  $a$ ,  $b$  en  $c$  verschillende reële getallen waarvoor geldt dat

$$a + \frac{1}{b} = b + \frac{1}{c} = c + \frac{1}{a}.$$

Toon aan dat

$$ab + \frac{1}{ac} + 1 = 0.$$

3. Zij  $a$  en  $b$  reële getallen waarvoor geldt dat  $9a^2 + 8ab + 7b^2 \leq 6$ . Toon aan dat  $7a + 5b + 12ab \leq 9$ .
4. Beschouw in een gelijkbenige driehoek  $\triangle ABC$ , met  $\hat{A} = 100^\circ$ , het snijpunt  $L$  van de bissectrice van  $\widehat{ABC}$  met  $AC$ . Bewijs dat  $|AL| + |BL| = |BC|$ .
5. Vind alle priemgetallen  $p > 2$  zodat  $\frac{1}{2}(p+1)$  en  $\frac{1}{2}(p^2+1)$  beiden volkomen kwadraten zijn.