

## Beginnerscompetitie

Juni 2009

1. In een driehoek  $\triangle ABC$  beschouwen we het midden  $M$  van  $[AB]$ . Zij  $A'$  en  $B'$  de loodrechte projecties van  $A$ , resp.  $B$ , op  $CM$ . Bewijs dat  $AB'$  en  $A'B$  evenwijdig zijn.
2. Bepaal het aantal deelverzamelingen  $A$  van  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ , zodat er geen twee opeenvolgende natuurlijke getallen in  $A$  zitten en zodat  $A$  minstens 2 elementen bevat.
3. Beschouw een veelterm  $P(x)$  met gehele coëfficiënten. (Bijvoorbeeld:  $P(x) = 3x^2 + 2x + 5$ .) Stel dat er een reëel getal  $\alpha$  bestaat zodat  $P(\alpha) = P(P(P(\alpha))) = 0$ . Bewijs dat er een geheel getal  $\beta$  bestaat zodat  $P(\beta) = P(P(P(\beta))) = 0$ .
4. Bepaal alle priemgetallen  $p$ ,  $q$  en  $r$  zodat  $p$  een deler is van  $qr - 1$ ,  $q$  een deler is van  $rp - 1$  en  $r$  een deler is van  $pq - 1$ .
5. In de scherphoekige driehoek  $\triangle ABC$  beschouwen we punten  $D$ ,  $E$  en  $F$  op  $[BC]$ ,  $[CA]$  en  $[AB]$ , resp., met de eigenschap dat  $\widehat{AFE} = \widehat{BFD}$ ,  $\widehat{FDB} = \widehat{EDC}$  en  $\widehat{DEC} = \widehat{FEA}$ . Bewijs dat  $AD$  loodrecht staat op  $BC$ .