

Beginnerscompetitie

September 2008

1. Zij $\triangle ABC$ een gelijkbenige driehoek met tophoek $\widehat{A} = 40^\circ$. Zij P een punt op $[AB]$ zo dat $\widehat{ACE} = 10^\circ$, en zij Q het snijpunt van CE met de hoogtelijn uit A . Bewijs dat $|CQ| = |BC|$.
2. Een groep van 21 mensen bezoekt een pretpark. Sommigen van hen hebben een kortingskaart; zij krijgen elk 5 euro korting op de entreprijs. In totaal moet de groep 104 euro betalen. Hoeveel hebben een kortingskaart?
3. Beschouw een driehoek $\triangle ABC$. Neem willekeurige punten D op $[AC]$ en E op $[BC]$. Zij F het snijpunt van de bissectrices van \widehat{DAE} en \widehat{DBE} . Bewijs dat $\widehat{ADB} + \widehat{AEB} = 2\widehat{AFB}$.
4. Stel dat a en b natuurlijke getallen verschillend van nul zijn zodat

$$\frac{a+1}{b} + \frac{b+1}{a} \in \mathbb{N}.$$

Toon aan dat de grootste gemene deler van a en b niet groter is dan $\sqrt{a+b}$.

5. Zij m en n natuurlijke getallen. Schrijf $m^6 + n^6$ als een som van twee volkomen kwadraten (verschillend van m^6 en n^6).