

Beginnerscompetitie

Juli 2008

1. Op de zijde $[AB]$ van een vierkant $ABCD$ tekent men een gelijkzijdige driehoek $\triangle ABE$, met E buiten het vierkant. Bepaal de grootte van \widehat{AED} .
2. Beschouw verschillende gewichten, elk met een gewicht niet groter dan 1 kg. Er is gegeven dat het onmogelijk is deze gewichten in twee groepen op te delen zijn zodat het gewicht van elke groep groter is dan 1 kg. Bepaal de maximale som van alle gewichten.
3. Bewijs dat er oneindig veel gehele getallen x , y en z bestaan zodat $x^2 + y^2 + 1 = z^2$.
4. We noemen een natuurlijk getal N *triviaal* als we $\mathbb{N}_0 = \{1, 2, 3, \dots\}$ kunnen opdelen in N disjuncte verzamelingen, zo dat voor elke $n \in \mathbb{N}_0$ geldt dat n en $2n$ niet in dezelfde verzameling zitten. Bepaal het kleinste triviale getal.
5. Stel dat a, b, c gehele getallen verschillend van nul zijn waarvoor geldt dat

$$1 \neq \frac{a}{c} = \frac{a^2 + b^2}{c^2 + b^2}.$$

Toon aan dat $a^2 + b^2 + c^2$ geen priemgetal is.