

Beginnerscompetitie

Juni 2008

1. Bepaal alle gehele getallen m en n zodat $n^3 + n = m^5 + m + 1$.
2. 20 kinderen staan in een cirkel op zo'n manier dat de leeftijd van elk kind precies het (rekenkundig) gemiddelde is van de leeftijden van zijn twee burens. Bewijs dat alle kinderen even oud zijn.
3. Beschouw een driehoek $\triangle ABC$. De bissectrices van de hoeken van $\triangle ABC$ snijden mekaar in het punt I . Zij D een punt op AB zodat B tussen A en D ligt en $|BD| = |BC|$. Zij E een punt op AC zodat C tussen A en E ligt en $|CE| = |CB|$. Definieer H als het snijpunt van BE en CD . Toon aan dat $|BI| = |CH|$.
4. Stel dat voor gehele getallen a, b, c en d geldt dat $a - c$ een deler is van $ab + cd$. Bewijs dat $a - c$ een deler is van $ad + bc$.
5. 14 huizen staan in een cirkel. Op elk dak zit een kat. Iedere minuut springen er twee katten elk naar een van hun twee naburige daken. Is het mogelijk dat na verloop van tijd alle katten op hetzelfde dak zitten?