

Beginnerscompetitie

April 2008

1. Arne zit in de finale van een wiskundewedstrijd. Na afloop blijkt elke vraag correct beantwoord te zijn door precies 43 finalisten. Na een kleine rondvraging blijken Arne's 70 medefinalisten elk precies 3 vragen juist te hebben. Toon aan dat Arne alle vragen juist had.
2. Zij α een reëel getal waarvoor geldt dat $\alpha^3 + 4\alpha = 8$. Bepaal de waarde van $\alpha^7 + 64\alpha^2$.
3. Bewijs dat er juist één priemgetal p bestaat waarvoor geldt dat $2p + 1$ de derdemacht is van een strikt positief geheel getal.
4. Stel dat a, b, c, d positieve reële getallen waarvoor geldt dat $a^2 + b^2 = 1$, $c^2 + d^2 = 1$ en $13(ad - bc) = 5$. Bepaal $ac + bd$.
5. Beschouw een gelijkbenige driehoek $\triangle ABP$ met $|AB| = |AP|$. (\widehat{BAP} is een scherpe hoek.) Zij l de rechte door P , loodrecht op PB en zij C een willekeurig punt op l , met C niet op AB en C aan dezelfde kant van PB als A . Het punt D vervolledigt het parallellogram $ABCD$. Als M het snijpunt is van AD en l , bewijs dan dat M het midden is van $[AD]$.

