

## Beginnerscompetitie

Februari 2007

1.  $E$  is het punt binnen het vierkant  $ABCD$  zodanig dat de driehoek  $\triangle ABE$  gelijkzijdig is. Bepaal  $\angle CED$ .
2. Beschouw de verzameling  $\mathcal{S} = \{1, 2, 3, \dots, 2n\}$ . Men kiest  $n + 1$  verschillende getallen uit  $\mathcal{S}$ . Toon aan dat er minstens twee (van die  $n + 1$  getallen) zijn die geen enkele deler gemeenschappelijk hebben.
3. De driehoek  $\triangle ABC$  is rechthoekig in  $\angle A$  en  $AB = 2AC$ .  $D$  is het punt op  $[AB]$  zodanig dat  $3AD = BD$ . Toon aan dat  $\angle ADC + \angle ABC = 90^\circ$ .
4. Zijn  $n$  een natuurlijk getal groter dan 6, zodat  $(n - 1, n + 1)$  een *priemtweeling* is. (Met andere woorden:  $n - 1$  en  $n + 1$  zijn beiden priem.) Toon aan dat  $n$  het product is van minstens drie (niet noodzakelijk verschillende) priemgetallen.
5. Toon aan dat de vergelijking

$$2006^2 + a^2 + b^2 + 2007^2 = (2006 + a)(b + 2007)$$

geen oplossingen heeft voor  $a, b \in \mathbb{R}$ .