

Beginnerscompetitie

Augustus 2006

1. Is $4^{2006} + 2$ deelbaar door 6? Bewijs je antwoord.
2. Beschouw 6 punten in het vlak waarvan er geen 3 collineair zijn. Elke twee punten worden verbonden met een lijnstuk dat rood of blauw wordt gekleurd. Bewijs dat er dan steeds een driehoek wordt gevormd waarvoor geldt dat alle zijden dezelfde kleur hebben.
3. Een volkomen kwadraat bestaat uit 4 cijfers. Wanneer je elk cijfer met 1 verhoogt, bekom je opnieuw een volkomen kwadraat. Over welke volkomen kwadraten gaat het hier? (Een volkomen kwadraat is het kwadraat van een natuurlijk getal.)
4. Vier punten liggen binnen een cirkel met straal 1. Bewijs dat voor twee van deze punten geldt dat de afstand tussen de punten niet groter is dan $\sqrt{2}$.
5. Stel dat a , b en c de lengten van de zijden van een driehoek zijn. Bewijs dat

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} < 2.$$

Is het mogelijk om het getal 2 in het rechterlid te vervangen door een kleiner getal zodat de ongelijkheid nog steeds geldt voor alle dergelijke getallen a , b en c ? Waarom wel of niet?