

## Beginnerscompetitie

Juni 2006

1. Voor elk reëel getal  $a$  en voor elk natuurlijk getal  $k$  definiëren we

$$\binom{a}{k} = \frac{a(a-1)(a-2)\cdots(a-(k-1))}{k(k-1)(k-2)\cdots(2)(1)}.$$

Bereken

$$\binom{\frac{1}{2}}{2006} : \binom{-\frac{1}{2}}{2006}.$$

2. Zij  $S$  deelverzameling van  $\{1, 2, \dots, 2006\}$  zodat geen enkel element van  $S$  gelijk is aan het drievoud van een ander element. Bepaal het grootst mogelijke aantal elementen van  $S$ .
3. Is  $4\sqrt{4-2\sqrt{3}} + \sqrt{97-56\sqrt{3}}$  een natuurlijk getal? Bewijs je antwoord.
4. We vormen een vijfhoek door een driehoekig stuk uit de hoek van een rechthoekig stuk papier af te knippen. De vijf zijden van deze vijfhoek hebben lengtes 13, 19, 20, 25 en 31 (niet noodzakelijk in deze volgorde). Bepaal de oppervlakte van de vijfhoek.
5. Bewijs dat voor alle reële getallen  $a$  en  $b$  geldt dat

$$(a+b)(a+b-1) \geq 3ab-1.$$