

Beginnerscompetitie

Mei 2006

1. In de stijgende rij

$$1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, \dots$$

komt het n -de natuurlijke getal n keer voor. Bepaal de 2006^{de} term.

2. Xander heeft 10 seconden nodig om een stilstaande roltrap op te lopen. Als de roltrap werkt, duurt het 20 seconden om iemand die stilstaat naar boven te brengen. Hoeveel seconden heeft Xander nodig om de roltrap op te lopen als die wel werkt?
3. Zij $\triangle ABC$ een driehoek zodat $\angle A = 45^\circ$. Zij M het midden van BC , zij P het voetpunt van de hoogtelijn vanuit B op AC en zij Q het voetpunt van de hoogtelijn vanuit C op AB . Hoe groot is de hoek $\angle PMQ$?
4. Zijn n een natuurlijk getal, verschillend van 0.
- (a) Veronderstel dat n deelbaar is door 4. Bewijs dat er getallen a_1, a_2, \dots, a_n bestaan zodat $a_i \in \{-1, 1\}$ voor elke i en zodat $a_1a_2 + a_2a_3 + \dots + a_{n-1}a_n + a_na_1 = 0$.
- (b) Veronderstel dat er getallen a_1, a_2, \dots, a_n bestaan zodat $a_i \in \{-1, 1\}$ voor elke i en zodat $a_1a_2 + a_2a_3 + \dots + a_{n-1}a_n + a_na_1 = 0$. Bewijs dat n deelbaar is door 4.
5. Bepaal alle natuurlijke getallen a, b en c zodat $0 < a < b < c$ en

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \in \mathbb{N}.$$