

Beginnerscompetitie

April 2006

1. Is het mogelijk om de getallen

$$1^2, 2^2, 3^2, \dots, 13^2$$

in drie groepen te verdelen zodanig dat elk groep getallen dezelfde som heeft?

2. Zij n het product van vier opeenvolgende natuurlijke getallen, verschillend van 0.

(a) Is n dan altijd een veelvoud van 24? Bewijs je antwoord.

(b) Kan n dan het kwadraat van een natuurlijk getal zijn? Bewijs je antwoord.

3. Zij n een natuurlijk getal en beschouw de getallen

$$\sqrt{10^{2n} - 10^n} \text{ en } \sqrt{10^{2n} - 10^n + 1}.$$

Stel nu dat beide getallen naar het dichtsbijzijnde natuurlijk getal worden afgerond. Zijn de resultaten van deze afrondingen dan gelijk? Bewijs je antwoord.

4. Bepaal het kleinste natuurlijk getal n zodat $\sqrt{n} - \sqrt{n-1} < \frac{1}{2006}$.

5. In driehoek $\triangle ABC$ geldt de volgende gelijkheid:

$$|AB|^3 = |AC|^3 + |BC|^3.$$

Bewijs dat de driehoek scherphoekig is.