

Beginnerscompetitie

Maart 2006

1. Het papierformaat “Q-E-D” is zodanig dat de verhouding van de lange zijde tot de korte zijde dezelfde blijft als men het papier in twee snijdt volgens de lijn die de middens van de lange zijden verbindt. Bepaal die verhouding.

2. Toon aan dat

$$\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \cdots + \frac{2005}{2006!} < 1.$$

Hierbij is $n!$ het product van de eerste n natuurlijke getallen verschillend van 0.

3. In een scherphoekige driehoek, waarin alle hoeken een geheel aantal graden meten, is de grootste hoek 5 keer zo groot als de kleinste hoek. Bepaal de kleinste hoek.
4. Toon aan dat elke verzameling van 10 opeenvolgende natuurlijke getallen een getal bevat dat onderling ondeelbaar is met de 9 andere getallen. (Twee getallen zijn onderling ondeelbaar als er geen natuurlijk getal groter dan 1 bestaat dat beide getallen deelt.)
5. Zij $ABCD$ een willekeurige vierhoek. We beschouwen de volgende rechten: de rechte ℓ_1 die de middens van de zijden AB en CD verbindt, de rechte ℓ_2 die de middens van de zijden AD en BC verbindt, de rechte ℓ_3 die de middens van de diagonalen AC en BD verbindt. Toon aan dat ℓ_1 , ℓ_2 en ℓ_3 steeds door eenzelfde punt gaan.