Beginnerscompetitie
Februari 2006

1. Zij $ABCD$ een parallellogram. De rechte door A, loodrecht op AB, snijdt de rechte door C, loodrecht op BC, in het punt E. Bewijs dat DE loodrecht staat op AC.

2. In een zak knikkers zijn sommige knikkers rood en de andere blauw. Als je één rode knikker uit de zak neemt, dan is $\frac{1}{7}$ van de overblijvende knikkers rood, en als je de rode knikker terugsteekt en twee blauwe knikkers uit de zak neemt, dan is $\frac{1}{5}$ van de overblijvende knikkers rood. Hoeveel knikkers zitten er in de zak?

3. Bepaal alle cijfers a, b, c zodat het decimaal getal $0.abc$ gelijk is aan de breuk $\dfrac{1}{a+b+c}$.

4. Bepaal alle natuurlijke getallen n zodat $3^{2n+1} - 2^{2n+1} - 6^n$ een priemgetal is.

5. Zij $a_1, a_2, a_3, \cdots$ een rij van natuurlijke getallen zodat $a_n = n^2 + n + 1$. Zo geldt er bijvoorbeeld dat $a_1 = 3, a_2 = 7, a_3 = 13$, etcetera. Bewijs dat het product van twee opeenvolgende termen van deze rij opnieuw een term van de rij is.