

Beginnerscompetitie

December 2006

1. Wat is het laatste cijfer van het product

$$1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots 2005 \cdot 2007 ?$$

2. We schrijven $a^* = \frac{a}{a-1}$, voor alle reële getallen a , verschillend van 1. Bepaal de waarde van

$$\left(\left(\left(\cdots (2006^*)^* \right)^* \right)^* \right)^* ,$$

waarbij er 2006 sterretjes gebruikt werden.

3. De maatgetallen (in graden) van de binnenhoeken van een convexe zeshoek vormen een rekenkundige rij van positieve gehele getallen. Bepaal de grootst mogelijke waarde van de grootste hoek in die zeshoek. (We zeggen dat de rij reële getallen a_1, a_2, \dots, a_n een rekenkundige rij is als en slechts als $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots = a_n - a_{n-1}$.)
4. Beschouw een willekeurige driehoek $\triangle ABC$. Zijn M en N de middens van $[AB]$ en $[AC]$ respectievelijk. De punten P en Q liggen zó dat M het midden is van $[CP]$ en N het midden is van $[BQ]$. Toon aan dat A, P en Q collineair zijn.
5. Er is gegeven dat de vergelijking $(2^x - 4)^3 + (4^x - 2)^3 = (4^x + 2^x - 6)^3$ drie oplossingen heeft voor $x \in \mathbb{R}$. Noem deze oplossingen x_1, x_2 en x_3 . Toon aan dat $x_1 x_2 x_3 = 1$.