

## Beginnerscompetitie

December 2005

1. Arne, Stijn en Xander gingen vogels observeren. Elk van hen zag één vogel die geen van de anderen zag. Elk van hen zag één vogel niet, die beide anderen wel zagen, en één vogel zagen ze alledrie. Van de vogels die Arne zag, waren er twee geel. Van de vogels die Stijn zag, waren er drie geel. Van de vogels die Xander zag, waren er vier geel. Hoeveel gele vogels werden er geobserveerd?
2. Voor hoeveel getallen  $n$  in de verzameling

$$S = \{1, 2, 3, \dots, 2005\}$$

is het cijfer van de tientallen van  $n^2$  oneven? Bewijs je antwoord.

3. Stel dat  $S$  een verzameling van 21 reële getallen is waarvoor geldt dat de som van 10 willekeurige getallen in  $S$  steeds kleiner is dan de som van de 11 andere getallen in  $S$ . Bewijs dat alle getallen in  $S$  positief zijn.
4. Hoeveel natuurlijke getallen  $n$  bestaan er zodat het getal

$$1! + 2! + 3! + \dots + n!$$

een volkomen kwadraat is?

5. Een rij van 2005 opeenvolgende natuurlijke getallen noemen we een “sympathieke rij”.
  - (a) Bewijs dat de rij

$$2006! + 2, 2006! + 3, \dots, 2006! + 2006$$

een sympathieke rij is die geen enkel priemgetal bevat.

- (b) Bestaat er een sympathieke rij die precies één priemgetal bevat?