

## Beginnerscompetitie

Oktober 2005

1. Zij  $N$  een natuurlijk getal zodat elk paar opeenvolgende cijfers van  $N$  (wanneer men de cijfers van links naar rechts leest) een volkomen kwadraat is. (Een *volkomen kwadraat* is het kwadraat van een natuurlijk getal.) Bepaal de grootst mogelijke waarde van  $N$ .
2. Zij  $P$  een punt binnen de vierhoek  $ABCD$ . Toon aan dat

$$AP + BP + CP + DP \geq AC + BD$$

en bepaal alle gevallen waarin er gelijkheid optreedt.

3. Zij  $p > 3$  een priemgetal. Bewijs dat  $p^2 - 1$  deelbaar is door 24.
4. Veronderstel dat  $x^2 + y^2 = 2005xy$  en  $x > y > 0$ . Bepaal de waarde van

$$\frac{x - y}{x + y}.$$

5. (a) Toon aan dat men de getallen van de verzameling  $\{1, 2, 3, \dots, 16\}$  op een lijn kan rangschikken zodat de som van elke twee opeenvolgende getallen een volkomen kwadraat is.  
(b) Is het mogelijk om de getallen van deze verzameling op een cirkel te rangschikken zodat de som van elke twee opeenvolgende getallen een volkomen kwadraat is?